

Il corpo nero e la temperatura dei corpi celesti

di Daniele Gasparri

Gli scienziati del diciannovesimo secolo, attraverso degli esperimenti, scoprirono una cosa estremamente interessante: prendendo un corpo qualsiasi e scaldandolo esso comincia ad emettere luce, prima di un rosso cupo, poi di un colore sempre più chiaro mano a mano che somministro calore. L'esperienza è facilmente riproducibile da chiunque: basta prendere una bacchetta di metallo ed una di vetro e porle su una fiamma ad alta temperatura; i due oggetti mano a mano che si scaldano cominciano ad emettere radiazione che prescinde la loro diversa natura. A circa 500°C diviene percepibile come una debole luminosità rossa, a 1000°C è molto più intensa e di colore arancio. Aumentando la temperatura aumenta l'intensità e cambia il colore, spostandosi progressivamente verso lunghezze d'onda più corte (verso il blu). E' lecito quindi pensare che ogni corpo che abbia una certa temperatura, superiore allo zero assoluto ($-273,16^{\circ}\text{C}$), emetta radiazione. Sebbene noi non siamo in grado di vedere la radiazione emessa da un oggetto a 100°C , non è detto che questa non sia presente a lunghezze d'onda invisibili ai nostri occhi. Questo comportamento è indipendente dal tipo di materiale che si utilizza ed è una caratteristica di tutti i corpi.

La lunghezza d'onda e l'intensità della radiazione sembrano essere collegate ad una quantità che in qualche modo rappresenta l'energia che ho trasferito al corpo: questa quantità è la temperatura.

Per indagare a fondo queste bizzarre proprietà consideriamo una situazione ideale, il cosiddetto corpo nero.

Prendiamo una scatola le cui pareti siano degli assorbitori perfetti. Somministriamo ad una parete una certa energia che aumenta la sua temperatura. Nella scatola, dopo un certo tempo t , si può misurare una temperatura costante: le pareti hanno in qualche modo comunicato le une con le altre scambiandosi radiazione elettromagnetica e raggiungendo tutte la stessa temperatura, che non varia più nel tempo (se non ci sono dispersioni): siamo nella condizione chiamata di equilibrio termico. Questa situazione è stabile nel tempo, nonostante si tratti di un equilibrio dinamico: le pareti continuano a scambiarsi in continuazione energia elettromagnetica, ma tanta ne assorbono quanta ne emettono, per questo non c'è flusso netto e la temperatura resta costante.

Il corpo nero ideale

Un corpo nero (ideale) è un oggetto che si trova all'equilibrio termico che assorbe tutta la radiazione incidente, qualunque essa sia, e la riemette in funzione della sua sola temperatura (e quindi l'andamento della radiazione emessa è completamente indipendente dal tipo di radiazione assorbita). Sperimentalmente un corpo nero (quasi) ideale è rappresentato da una scatola chiusa le cui pareti siano dei conduttori molto buoni, nella quale è praticato un piccolo foro. Da questo foro viene introdotta radiazione elettromagnetica, che dopo successivi rimbalzi viene assorbita completamente dalle pareti della scatola, le quali la ri-emettono sottoforma di radiazione termica. Nella fase di equilibrio la radiazione presente all'interno è dovuta esclusivamente alla temperatura delle pareti del corpo e non vi è più alcuna memoria di quella introdotta inizialmente. Come è fatta la distribuzione di questa energia? Quali sono le sue proprietà e i suoi legami con la temperatura? La dimostrazione di ciò che si vede sperimentalmente non è affatto banale e richiede, come spesso accade, conoscenze di base, soprattutto di fisica, meccanica quantistica e campi elettromagnetici. In queste pagine mi limiterò solamente a dare dei cenni e degli spunti di ragionamento.

Per descrivere quantitativamente la radiazione di corpo nero bisogna capire esattamente cosa accade a livello microscopico.

Possiamo immaginare un generico solido come composto da atomi strettamente legati gli uni agli altri attraverso il reticolo cristallino; ogni atomo è costituito da un certo numero di elettroni che si trovano su orbite contraddistinte da un certo valore di energia. Un elettrone percorre un'orbita attorno al proprio nucleo ad una distanza descritta da precise leggi fisiche; quando un fotone giunge nei pressi dell'atomo, esso viene assorbito da uno o più elettroni i quali si portano su orbite con energia maggiore (stato eccitato). Dopo un tempo brevissimo (inferiore ad un milionesimo di secondo) gli elettroni tornano al livello precedente (fondamentale): il risultato netto è quindi un'oscillazione. Un fotone, cioè un pacchetto base di un'onda elettromagnetica, fa oscillare gli elettroni.

Qualsiasi particella carica che oscilla emette un fotone e l'elettrone non è un caso particolare. Per un atomo isolato le oscillazioni possibili sono vincolate dalla meccanica quantistica e ad esse sono associate determinate energie.

Un atomo isolato quindi assorbe ed emette solamente certe determinate lunghezze d'onda: questo è il caso già analizzato dell'emissione delle nebulose. Nel caso di solidi, cioè agglomerati di atomi con densità elevate, le orbite elettroniche (orbitali) sono disturbate e gli elettroni possono assorbire ed emettere qualsiasi tipo di radiazione, producendo (o assorbendo) ciò che si chiama uno spettro continuo (continuum).

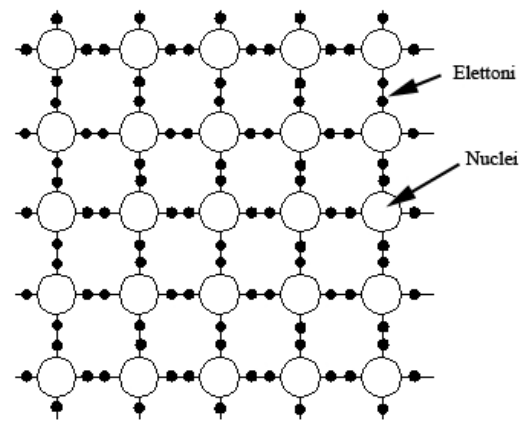
Un solido è costituito da atomi, i quali sono formati da un nucleo e un elettrone che orbita attorno (non nel senso comunemente visualizzabile). Quando un fotone raggiunge l'atomo, questo viene assorbito dall'elettrone che comincia ad oscillare attorno alla sua posizione di equilibrio; siccome l'elettrone è una particella carica, si ha il risultato netto che l'oscillazione produce a sua volta un'onda elettromagnetica. Di questa onda possiamo conoscere tutto se conosciamo l'ampiezza o meglio la frequenza di oscillazione.

Senza entrare in profonde giustificazioni fisiche, possiamo immaginare che una qualsiasi particella carica oscillando ad una certa frequenza produce un'onda elettromagnetica della stessa frequenza.

L'energia dell'oscillatore e l'energia dell'onda elettromagnetica risultante sono chiaramente legate tra di loro. Se un elettrone oscilla molto lentamente significa che esso avrà poca energia; se la sua oscillazione è molto veloce, cioè ad alta frequenza, (la frequenza è la misura del numero di oscillazioni nell'unità di tempo) esso avrà una quantità di energia maggiore. E' quindi lecito pensare che l'energia dell'onda elettromagnetica emessa è in qualche modo legata alla frequenza dell'oscillatore, ovvero alla frequenza dell'onda prodotta. L'energia di un fotone è data dalla semplice relazione: $E = h\nu$, dove h = costante di Planck e ν = frequenza. In un solido, costituito da miliardi e miliardi di atomi, un aumento della temperatura, e quindi un generico aumento dell'energia, produce miliardi e miliardi di oscillazioni elettroniche: somministrando energia (in qualsiasi forma) ottengo una produzione di radiazione elettromagnetica.

Somministrando calore al nostro solido noi non facciamo altro che somministrare energia agli atomi di cui esso è composto, in particolare agli elettroni che si comportano come degli oscillatori. Se siamo all'equilibrio termico significa che tanta energia somministro al mio solido tanta esso ne restituisce attraverso le onde elettromagnetiche prodotte dalle oscillazioni elettroniche.

Studiando quantitativamente questo semplice modello siamo in grado di descrivere la radiazione di corpo nero dal punto di vista classico.



Schematizzazione di un solido composto da un reticolo di atomi ed elettroni legati tra loro. Gli elettroni si possono essere assimilati a delle particelle legate con delle molle ai nuclei atomici. Quando un corpo si trova ad una temperatura maggiore dello zero assoluto gli oscillatori (gli elettroni) oscillano in funzione della temperatura ed emettono radiazione elettromagnetica.

Consideriamo quindi il nostro oscillatore rappresentato dal un generico elettrone. Dalle leggi dell'elettromagnetismo siamo in grado di determinare quanta energia irradia ogni secondo un tale oggetto (radiazione di dipolo oscillante): $\delta\varepsilon = \frac{2e^2}{3mc^3}(2\pi\nu)^2 \bar{\varepsilon}$, mentre il lavoro per secondo fatto sull'oscillatore da un generico campo di radiazione, la cui densità di energia per unità di frequenza è u_ν , sarà dato da: $\delta W = \frac{\pi e^2}{3m} u_\nu$. Ciò che è importante per il nostro scopo non è giustificare le singole

formule o grandezze, piuttosto capire che queste due quantità in caso di equilibrio sono uguali, cioè l'energia trasmessa all'oscillatore (cioè il lavoro) è uguale all'energia che esso irradia ogni secondo, cioè: $\delta\varepsilon = \delta W$. Da questa assunzione possiamo ricavare finalmente ciò che ci interessa maggiormente, cioè l'intensità dell'energia emessa per unità di frequenza: $u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{\varepsilon}$. $\bar{\varepsilon}$ rappresenta l'energia media di un oscillatore, che nel caso di metodi statistici classici è data da: $\bar{\varepsilon} = kT$, quindi l'intensità della radiazione emessa da un oscillatore per unità di frequenza è data da:

$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$, dove T è la temperatura (assoluta) e k è la costante di Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$).

Questo è un risultato molto importante, che lega l'intensità dell'energia emessa alla temperatura del corpo; questa relazione è conosciuta con il nome di legge di Rayleigh-Jeans.

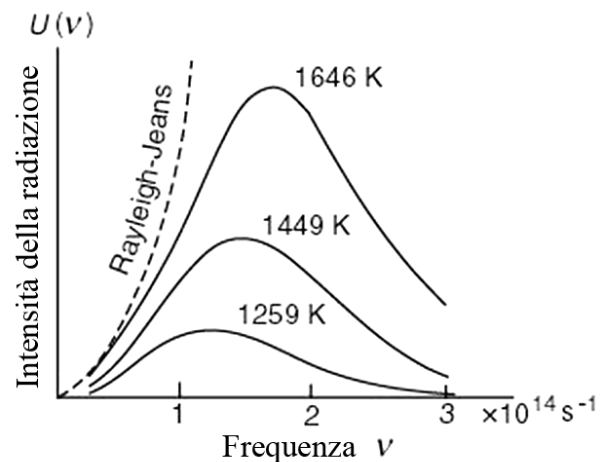
Purtroppo questa formula non è corretta, principalmente per due motivi. Uno è puramente osservativo: l'andamento calcolato non riproduce quello sperimentale.

Come possiamo vedere infatti la legge di Rayleigh-Jeans riproduce abbastanza bene l'andamento sperimentale solamente per frequenze piuttosto basse, mentre è totalmente sballata per frequenze alte e non riproduce minimamente l'andamento della curva sperimentale. La divergenza per alte frequenze, o, in alternativa, basse lunghezze d'onda, è detta catastrofe ultravioletta.

Il secondo motivo è molto più profondo.

La formula trovata afferma che per una frequenza abbastanza grande la densità di energia tende all'infinito, a prescindere da quanta energia assorbe il sistema.

Questo concetto in fisica non ha alcun senso: sarebbe come dire che a prescindere dall'automobile che ho, con 1 litro di benzina posso percorrere una quantità infinita di strada, a patto di andare abbastanza veloce!



Andamento di corpo nero sperimentale (linee continue) e secondo la legge classica di Rayleigh-Jeans (linea tratteggiata). Come si può vedere essa approssima l'andamento sperimentale per le basse frequenze, ma diverge per le alte, tanto da tendere all'infinito. Il modello teorico sviluppato non funziona, occorre trovare l'errore.

La formula di Rayleigh-Jeans viola il principio di conservazione dell'energia e non va bene, sebbene sia stata ottenuta con un procedimento fisico e logico apparentemente corretto.

C'è qualcosa di sbagliato nel nostro modello, ma cosa?

Il primo a porsi questa domanda fu il fisico Max Planck, che dopo molti anni passati a studiare il problema, riuscì a trovare il modo di far tornare la formula, senza però una spiegazione fisica plausibile. Egli puntò il dito contro l'energia media di un oscillatore, che calcolata attraverso la teoria classica ci dà il valore: $\bar{\varepsilon} = kT$. La formula trovata ci dice che l'energia di un oscillatore (l'elettrone) può assumere qualsiasi valore in dipendenza della temperatura; un oscillatore può quindi teoricamente assumere qualsiasi valore dell'energia compreso tra zero (temperatura uguale a 0 K) e un numero arbitrariamente grande, variando in modo continuo. Planck invece propose che l'energia di un oscillatore non può variare in modo continuo ma deve essere un multiplo intero di un certo valore di base. L'energia dell'oscillatore elettronico può solamente assumere valori multipli interi di un'energia base ε_0 : $(0, \varepsilon_0, 2\varepsilon_0, 3\varepsilon_0, \dots, n\varepsilon_0)$. Benché la cosa non trovasse ancora giustificazione dal punto di vista fisico, Planck ebbe un'intuizione geniale che riuscì a togliere gli scienziati del tempo da un'empasse abbastanza imbarazzante.

Introducendo questa ipotesi nel calcolo dell'energia media di un oscillatore (e facendo qualche calcolo che non mostriamo), si ottiene finalmente una formula che riproduce in maniera perfetta i dati sperimentali:

$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Planck, il cui andamento può essere espresso sia in funzione della lunghezza d'onda che della frequenza (legate dalla nota relazione: $\lambda\nu = c$). La formula ci dà la densità di energia, cioè l'intensità di energia per unità di volume per unità di frequenza o lunghezza d'onda emessa da un corpo nero perfetto che si trova alla temperatura T e all'equilibrio termico. Questo andamento è indipendente dalla natura del corpo e dall'entità della radiazione incidente o dalla fonte di calore (cioè da chi, cosa e come somministra energia).

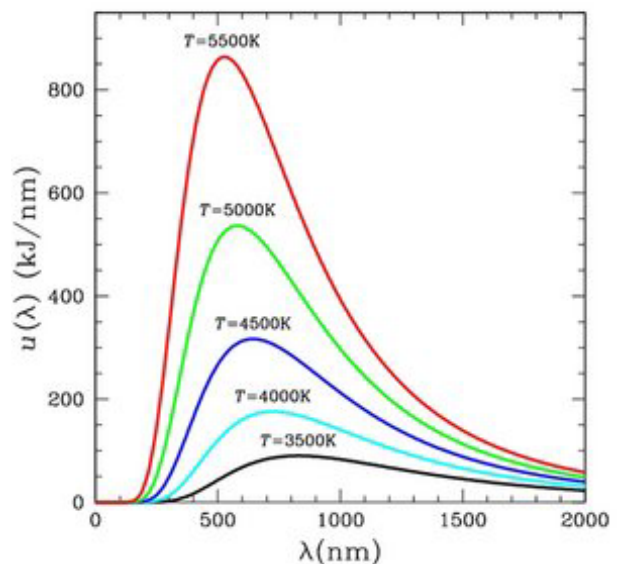
Dalla formula appena trovata possiamo ricavare due andamenti principali; il primo si ottiene per frequenze molto basse: $h\nu/kT \ll 1$ (il segno \ll significa molto minore o molto più piccolo). In questo caso troviamo la formula di Rayleigh-Jeans

(sviluppando in serie): $u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$. Analogamente, per frequenze molto alte troviamo il

cosiddetto regime di Wien: $u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} e^{-h\nu/kT}$. La curva in funzione della frequenza cresce

come una parabola, raggiunge un massimo (che tra qualche riga calcoleremo), e poi decresce con un andamento esponenziale, sempre in funzione della frequenza (e per una temperatura T fissata).

Il massimo della radiazione emessa si calcola facilmente e verifica gli andamenti sperimentali trovati, in cui si evidenziò che il prodotto tra la lunghezza d'onda di picco e la temperatura era sempre costante: $\lambda_{Max} T = const$. La relazione esatta ci dice che: $\lambda_{Max} T = 0,29 K \cdot cm$: conoscendo la lunghezza d'onda di picco possiamo ricavare la temperatura di quel corpo dalla semplice formula appena vista.



Andamento di corpo nero corretto. Il modello degli oscillatori con energia quantizzata funziona e prevede con esattezza l'andamento sperimentale.

Possiamo esprimere la legge di Planck anche attraverso la brillantezza, invece che la densità di energia. La densità di energia rappresenta l'energia per unità di volume e per unità di frequenza (o lunghezza d'onda). La brillantezza invece è l'energia per unità di tempo (cioè emessa in ogni secondo) per unità di superficie, unità di frequenza (o lunghezza d'onda) ed unità di angolo solido. In formule matematiche:

$$1) \text{ Densità di energia: } u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \left[J \cdot Hz^{-1} \cdot m^{-3} \right]$$

$$2) \text{ Brillantezza: } B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \left[J \cdot s^{-1} \cdot Hz^{-1} \cdot m^{-2} \cdot sterad^{-1} \right]$$

$$3) \text{ Relazione tra brillantezza e densità di energia: } B_\nu = \frac{c}{4\pi} u_\nu$$

Nonostante i diversi significati, la forma resta quella tipica della curva di Planck. Nelle formule si possono utilizzare alternativamente la lunghezza d'onda o la frequenza, tenendo presente la relazione fondamentale $\lambda\nu = c$.

L'ultima relazione riguarda l'intensità totale di energia: integrando l'espressione della brillantezza su tutte le frequenze e le direzioni possibili (un angolo solido completo, pari a 4π steradiani), otteniamo l'intensità totale di energia emessa dal corpo nero ogni secondo per ogni unità di superficie (stellare se riferita alle stelle), cioè il flusso. Esso è collegato naturalmente alla temperatura: $F = \sigma T^4$, dove F = energia ricevuta/secondo/superficie.

Riassumendo: il corpo nero è un generico oggetto all'equilibrio termico che assorbe tutta la radiazione incidente e la riemette in funzione della sua sola temperatura. Il suo andamento è

descritto da tre leggi fondamentali:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \text{ che ci dicono tutto sulla temperatura} \\ \lambda_{Max} T = 0.29^\circ Kcm \\ F = \sigma T^4 \end{array} \right.$$

e sull'energia emessa dal generico corpo.

Ora che abbiamo capito cosa è un corpo nero e come esso si comporta possiamo applicare il nostro modello agli oggetti reali.

Il corpo nero nelle situazioni reali

Naturalmente non esiste in natura un corpo nero perfetto e ne abbiamo la prova osservando gli oggetti della vita quotidiana: un corpo nero ideale alla temperatura media terrestre apparirebbe ai nostri occhi completamente nero, emettendo la sua radiazione nella banda del medio infrarosso. Inoltre se fossimo in grado di vedere questa radiazione tutti i corpi ci apparirebbero dello stesso colore (perché la natura della radiazione prescinde la composizione chimica e la forma!).

Nella realtà gli oggetti possiedono un colore, causato dalla riflessione, o meglio, diffusione efficiente della luce di lunghezza d'onda che corrisponde al colore che percepiamo. Un oggetto bianco è un pessimo assorbitore; esso infatti, almeno nel visibile, diffonde quasi completamente la radiazione incidente, mostrandosi bianco. Un oggetto nero assorbe quasi completamente la radiazione visibile e quindi ci appare senza colore (ed è esperienza comune che un oggetto bianco ed uno nero, esposti per uno stesso tempo al Sole, si scaldano in maniera molto differente).

Il corpo nero inteso come assorbitore totale non esiste.

Tuttavia possiamo comunque considerare gli oggetti della vita reale alla stregua di corpi neri, con le dovute precauzioni e precisazioni. Le formule viste continuano a valere a patto che riusciamo ad esempio a stabilire quanta radiazione (o in generale energia) viene realmente assorbita. Molti oggetti possono essere approssimati con dei corpi neri: le stelle e il corpo umano, pur essendo molto diversi tra di loro, hanno comportamenti simili, almeno in prima approssimazione, così come quasi tutti gli oggetti della vita reale (la Terra, una pietra, gli alberi, gli animali..).

Analizziamo brevemente per esempio il corpo umano e le stelle. Sappiamo che nostro corpo ha una temperatura media di circa 37°C cioè circa 310 K.

Lo possiamo considerare un corpo nero? La risposta è affermativa! Sappiamo esso si trova in equilibrio termico, infatti la sua temperatura resta all'incirca costante nel tempo.

Anche se l'innalzamento della temperatura corporea è dovuto a processi essenzialmente non termici, come le reazioni chimiche che avvengono nelle cellule con il bruciamento di zuccheri e ossigeno, la grande quantità di atomi di cui è composta una singola cellula assorbe questa energia di natura non termica e la riemette successivamente in funzione della temperatura. Abbiamo di nuovo la prova che non importa conoscere le cause del riscaldamento di un corpo: esse possono essere di qualsiasi altra natura, come chimica, radiativa termica, radiativa non termica (processi nucleari ad esempio) o tramite scambio di calore attraverso conduzione e convezione o semplice attrito. Non è importante l'energia in ingresso, perché essa viene assorbita dagli elettroni e rimodellata secondo la loro sola temperatura.

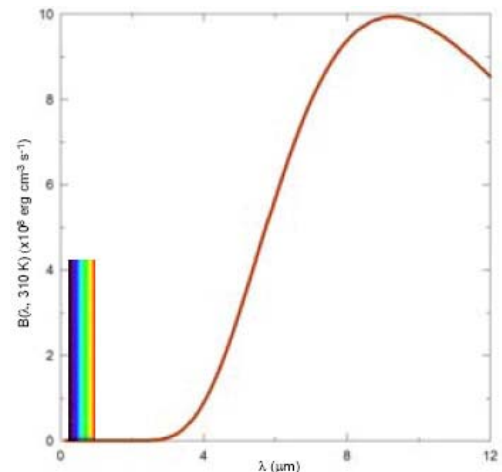
Gli atomi (o meglio, gli elettroni, che però sono parte integrante dell'atomo) di cui sono composte le nostre cellule, trovandosi ad una certa temperatura T emettono radiazione termica la cui lunghezza d'onda di picco si può facilmente calcolare attraverso la legge dello spostamento di Wien:

$$\lambda_{Max} = \frac{0,29}{T} = \frac{0,29}{310} \approx 9,35 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 9,35 \mu\text{m}$$

cioè radiazione infrarossa. Naturalmente questo calcolato è il picco della radiazione; sappiamo infatti che essa ha una distribuzione che segue la legge di Planck, come nella figura sopra.

Anche le stelle possono essere considerate dei corpi neri, naturalmente con le dovute precauzioni e approssimazioni. Una stella infatti non è un oggetto in equilibrio termodinamico nel senso stretto della parola: la temperatura in effetti diminuisce di molti gradi passando da zone centrali (decine di milioni di gradi) alla superficie (qualche migliaio). Se la suddividiamo in vari gusci di spessore arbitrario, ognuno con una temperatura costante, possiamo dire che ognuno, indipendentemente dall'altro, si trova all'equilibrio termico: infatti tanta energia viene assorbita quanta ne viene emessa e quindi la temperatura resta costante. Utilizzando questa approssimazione chiamata equilibrio termodinamico locale (LTE) siamo in grado di trattare la stella come un corpo nero. I meccanismi sono del tutto simili a quelli già visti per il corpo umano.

Al centro si produce una certa energia il cui spettro è non termico (fusione nucleare). Questa energia, nella quasi totalità fotoni gamma, a causa delle condizioni ambientali del nucleo stellare (elevata opacità) ha un cammino libero medio estremamente piccolo. Essa viene subito assorbita dagli elettroni presenti in gran numero nella zona che possiamo considerare come il primo guscio del nostro sistema in equilibrio termodinamico locale. L'energia assorbita dagli elettroni del primo guscio viene trasformata in energia termica in funzione della temperatura delle particelle che sarà molto elevata. Essa viene poi trasferita al secondo, al terzo, al quarto e così via, disperdendosi su una superficie maggiore e quindi diminuendo in densità; ogni guscio riceve una densità di energia sempre minore, e la riemette in funzione della sua temperatura, supposta costante, fino ad arrivare all'ultimo guscio, il più esterno, corrispondente alla "superficie" della stella (fotosfera), cioè allo strato che finalmente riesce a far disperdere la radiazione direttamente nello spazio. Naturalmente la quantità totale di energia che fuoriesce dalla fotosfera è la stessa che viene prodotta al centro dalle reazioni nucleari, ma la sua distribuzione è totalmente diversa e dipende dalla temperatura fotosferica.



Spettro dell'emissione di un corpo umano alla temperatura di 37°C. L'emissione è nel medio infrarosso (picco a 9,35 micron) e lo spettro è quello tipico di un corpo nero quasi perfetto.

Ciò che noi osserviamo da Terra è proprio l'emissione termica di questo ultimo guscio stellare, molto simile a quella di un corpo nero, anche se non perfettamente uguale a causa dell'assorbimento da parte del gas presente nella sua atmosfera.

Lo spettro stellare infatti è modellato da due processi fisici: il processo termico di corpo nero produce l'andamento generale, il cosiddetto continuo, mentre l'assorbimento da parte di gas rarefatto e più freddo produce sottili righe di assorbimento o a volte vere e proprie lacune (decremento Balmer).

In conclusione: conoscendo la radiazione emessa da una stella siamo in grado di trovare facilmente la temperatura dello strato responsabile di tale emissione. Non solo; siccome i tutti i pianeti del sistema solare sono raggiunti dalla radiazione solare, possiamo anche calcolare la loro temperatura media.